Growth series for Artin groups of dihedral type

Jean MAIRESSE * and Frédéric MATHÉUS †

January 14, 2005

Abstract

We consider the Artin groups of dihedral type $A_k = \langle\ a, b \mid \mathrm{prod}(a, b; k) = \mathrm{prod}(b, a; k)\ \rangle$ where $\mathrm{prod}(s, t; k) = ststs...$, with k terms in the product on the right-hand side. We prove that the spherical growth series and the geodesic growth series of A_k with respect to the Artin generators $\{a, b, a^{-1}, b^{-1}\}$ are rational. We provide explicit formulas for the series.

Keywords: Artin group of dihedral type, spherical growth series, geodesic growth series, automatic group.

Résumé

On considère les groupes d'Artin de type dihédral $A_k = \langle\ a, b \mid \mathrm{prod}(a, b; k) = \mathrm{prod}(b, a; k)\ \rangle$, où $\mathrm{prod}(s, t; k) = ststs...$, avec k termes dans le produit. On démontre que les séries de croissance géodésiques et sphériques de A_k par rapport aux générateurs d'Artin $\{a, b, a^{-1}, b^{-1}\}$ sont rationnelles. On propose des formules explicites pour ces séries.

*LIAFA, CNRS-Université Paris 7, case 7014, 2, place Jussieu, 75251 Paris Cedex 05, France. E-mail: `Jean.Mairesse@liafa.jussieu.fr`

†LMAM, Université de Bretagne-Sud, Campus de Tohannic, BP 573, 56017 Vannes, France. E-mail: `Frederic.Matheus@univ-ubs.fr`