OPTIMAL SEQUENCES IN A HEAP MODEL WITH TWO PIECES

JEAN MAIRESSE AND LAURENT VUILLON

Abstract. In a heap model, solid blocks, or pieces, pile up according to the Tetris game mechanism. An optimal sequence is an infinite sequence of pieces minimizing the asymptotic average height of the heap. In a heap model with two pieces, we prove that there always exists an optimal sequence which is either periodic or Sturmian. We completely characterize the cases where the optimal is periodic and the ones where it is Sturmian. The proof is constructive, providing an explicit optimal sequence. We show an application for a system of two processes sharing a resource, and we prove that a greedy schedule is not always optimal.

Résumé. On considère le modèle obtenu par empilement de blocs solides, ou pièces, en suivant le mécanisme du jeu de Tetris. Une suite infinie de pièces est dite optimale si elle correspond à un empilement ayant une hauteur asymptotique moyenne minimale. Pour un modèle constitué de deux pièces, on démontre qu'il existe toujours une suite optimale qui est soit périodique, soit sturmienne. On caractérise entièrement les cas où l'optimal est périodique et ceux où il est sturmien. La preuve est constructive et permet d'obtenir de façon explicite une suite optimale. On illustre les résultat à l'aide d'un modèle d'atelier flexible constitué de deux processus partageant une ressource. On démontre que pour ce modèle, la politique d'ordonnancement 'gloutonne' n'est pas toujours optimale.