Journée MathSTIC
Théorèmes Ergodiques Multiplicatifs

15 mai 2002 - LIAFA - Chevaleret

Thierry Bousch (Orsay)

Applications topicales à courte portée

L'étude dynamique des applications topicales (i.e. croissantes et additivement homogènes) est motivée par le fait que celles-ci apparaissent dans la modélisation des systèmes à événements discrets. Les applications topicales générales ont, malheureusement une dynamique particulièrement pathologique. J'en présenterai une sous-classe, celle des applications topicales à "courte portée", dont la dynamique est bien mieux comprise.

Sara Brofferio (Paris 6)

Marches alátoires sur le groupe affine et stabilité locale du modèle auto-regressif

On considère le processus obtenu par produit (à droite et à gauche) de transformations affines aléatoires de l'espace Euclidien $\mathbb{R}^d$, indépendantes et de même loi. Notre fin principale est de décrire le comportement geometrique à l'infini des trajectoires de ces processus, lors que la dilatation des affinités alátoires est centrée. On en déduit une nouvelle démonstration de stabilit locale et de l'unicité de la mesure de Radon invariante pour la chaîne de Markov, Y_n induite sur $\mathbb{R}^d$, i. définit par récurrence par $Y_n = A_n Y_{n-1} + B_n$

Francois Ledrappier (Paris 6)

Theoremes ergodiques multiplicatifs

Bruno Gaujal (ENS Lyon)

Le routage optimal dans des files d'attentes stochastiques est Sturmien

On considère un système formé de réseaux (max,plus) en parallèle avec des temps de services stocahstques. Les arrivées globales forment un processus de Poisson d'intensité λ. On montre comment trouver une politique a de routage des arrivées vers les deux files qui minimise le temps d'attente moyen: $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} W_i(a)$, où $W_i(a)$ est le temps d'attente du i-ème paquet sous a qui est donné par un système (max,plus) affine.

Ce résultat sera montré en deux étapes. La première étape qui utilise la multimodularité de la fonction de coût, permet de montrer que la politique optimale est Sturmienne.

La deuxième étape permet de calculer la proportion optimale de paquets qui doivent emprunter la première file. Cette étape utilise la convexité du temps d'attente en fonction de la proportion de client envoyés dans cette file. Dans le cas exponentiel simple, elle utilise aussi une chaîne de Markov et la méthode du noyau pour sa résolution qui permet de trouver une approximation rationnelle de la proportion optimale avec une précision arbitraire.

Des problèmes ouverts de stricte convexité et de périodicité de la politique optimale seront également évoqués.

Neil O'Connell (ENS)

A path-transformation for random walks and the RSK algorithm

In [O'Connell and Yor (2002)] a path-transformation $G^{(k)}$ was introduced with the property that, for X belonging to a certain class of random walks on $\mathbb{Z}_+^k$, the transformed walk $G^{(k)}(X)$ has the same law as that of the original walk conditioned never to exit the Weyl chamber $\{x : x_1 \leq \cdots \leq x_k\}$. The proof of this representation theorem is based on symmetry and reversibility properties of queues in series (or, equivalently, the aysymmetric exclusion process). I will recall the main idea of the proof.

It turns out that $G^{(k)}$ is closely related to the Robinson-Schensted algorithm, and this connection leads to a new proof of the above representation theorem. The new proof is valid for a larger class of random walks and yields additional information about the joint law of X and $G^{(k)}(X)$. The corresponding results for the Brownian model are recovered by Donsker's theorem. These are connected with Hermitian Brownian motion and the Gaussian Unitary Ensemble of random matrix theory. The connection we make between the path-transformation $G^{(k)}$ and the RSK algorithm also provides a new formula (using max-+ notations) and queueing interpretation for the RSK algorithm. This can be used to study properties of the RSK algorithm and, moreover, extends easily to a continuous setting.