Résumé

Le cadre de recherche est celui de la modélisation et de la stabilité des systèmes à événements discrets. On étudie ces systèmes à l'aide de méthodes algébriques dans des algèbres non-conventionnelles.
Une première partie est consacrée aux systèmes déterministes. On considère en premier lieu les systèmes d'Équations Récurrentes Uniformes qui peuvent être vus comme des graphes infinis et périodiques de calculs à effectuer. On minimise le nombre de cases mémoires nécessaires pour mener à bien le calcul. On s'intéresse ensuite aux systèmes (max,+) linéaires. On propose un nouvel outil de description du comportement spectral. Il s'agit de la représentation graphique des vecteurs propres et des domaines d'attraction dans un "espace projectif additif".
Dans une deuxième partie, on étudie plus particulièrement les produits de matrices aléatoires dans l'algèbre (max,+). On obtient des conditions nécessaires et suffisantes pour que de tels systèmes couplent en temps fini avec un unique régime stationnaire.
Une dernière partie traite de classes plus générales de systèmes stochastiques : opérateurs monotones-homogènes et réseaux monotones-séparables. On propose des théorèmes ergodiques généralisant ceux obtenus pour les systèmes (max,+) linéaires. A titre d'application, on considère le modèle des réseaux de Jackson.

Mots clés : Systèmes à événements discrets, Algèbre (max,+), Equations récurrentes uniformes, théorie ergodique, Réseaux de Petri stochastiques, Produits de matrices aléatoires, Itérés d'opérateurs aléatoires.

Abstract

The domain of research is the modeling and stability of discrete event systems. We study these systems by means of algebraic techniques in non-conventional algebras.
In a first part, we study deterministic systems. We first consider Uniform Recurrence Equations which can be interpreted as infinite and periodic computation graphs. We minimize the number of memory elements needed to carry out the computations. Then we concentrate on (max,+) linear systems. We propose a new tool to describe the spectral behaviour. It consists in a graphical characterization of eigenvectors and domains of attraction in an "additive projective space".
A second part is specifically devoted to products of random matrices in the (max,+) algebra. We obtain necessary and sufficient conditions for these systems to couple in finite time with a unique stationary regime.
In a last part, we consider two more general classes of stochastic systems : monotone-homogeneous operators and monotone-separable networks. We prove ergodic theorems generalizing the ones obtained for (max,+) linear systems. As an application, we consider the model of Jackson networks.

Keywords : Discrete event systems, (max,+) Algebra, Uniform recurrence equations, Ergodic theory, Stochastic Petri nets, Random matrix products, Random operator iterations.